

基于多分辨 BP 神经网络的城市日供水量预测模型

王 圃¹, 唐鹏飞¹, 白 云², 刘 琼¹

(1. 重庆大学 三峡库区生态环境教育部重点实验室, 重庆 400045; 2. 重庆工商大学
国家智能制造服务国际科技合作基地, 重庆 400067)

摘 要: 鉴于 BP 神经网络预测城市日供水量的不足, 提出了基于多分辨 BP 神经网络预测模型。通过离散小波变换将日供水量序列的复杂特性转化为不同尺度下的单一特性, 并分别进行 BP 神经网络预测。针对日供水量的混沌特性, 对其进行相空间重构, 重构后的时间序列为网络输入。应用实例表明, 与单一 BP 神经网络相比, 多分辨 BP 神经网络可更好地反映序列细节和变化特性, 具有更高的预测精度, 平均绝对百分比误差为 1.481%。

关键词: 水量预测; 多分辨分析; BP 神经网络; 相空间重构

中图分类号: TU991 **文献标识码:** C **文章编号:** 1000-4602(2018)11-0051-06

Forecasting Model of Daily Urban Water Supply Based on Multi-resolution BP Neural Network

WANG Pu¹, TANG Peng-fei¹, BAI Yun², LIU Qiong¹

(1. Key Laboratory of Three Gorges Reservoir Region's Eco-Environment <Ministry of Education>, Chongqing University, Chongqing 400045, China; 2. National Research Base of Intelligent Manufacturing Service, Chongqing Technology and Business University, Chongqing 400067, China)

Abstract: Targeting the shortages of BP neural network in daily urban water supply forecasting, a forecasting model based on multi-resolution BP neural network was proposed. Complex characteristics of daily urban water supply time series were transformed into individual characteristics under different scales using the discrete wavelet transform. Individual characteristics were forecasted separately. Chaos features in the daily water supply time series were analyzed in the phase space reconstruction. Reconstructed time series were used as input variables of the network. Results indicated that, comparing with single BP neural network, the multi-resolution BP neural network could capture details and changing characteristics of the time series more effectively, and had demonstrated forecasting precision with a mean absolute percentage error of 1.481%.

Key words: water supply forecasting; multi-resolution analysis; BP neural network; phase space reconstruction

城市日供水量预测是供水系统优化调度的基础和前提, 因此提高日供水量预测精度至关重要。常用的日供水量预测方法有回归分析方法、时间序列

法、人工神经网络和组合预测法等。人工神经网络具有自学习能力和良好的非线性逼近能力, 在城市供水量预测中受到广泛关注^[1,2]。多数基于 BP 网

络的预测方法为全局建模,无法准确反映供水量时间序列的变化特性;而小波分析具有良好的时频局部化功能,通过对时间序列的多分辨率分析,能够有效识别各种率成分和提取局部信息。将小波分析作为神经网络的前置处理手段,为神经网络提供输入向量,可将二者优势结合起来。这种结合方式在水文和水资源预测领域应用较多^[3],而在城市日供水量预测中应用较少。

研究表明供水量时间序列具有混沌特性,而相空间重构是混沌分析的第一步,可以从时间序列中提取原有动力学特性,避免信息丢失,对相空间重构后的时间序列进行预测可以提高预测精度^[4];另外,重构相空间中的嵌入维数作为神经网络的输入节点数,能避免输入节点数选取的任意性^[5]。基于此,笔者提出多分辨BP神经网络预测模型,首先对供水量时间序列进行相空间重构,确定模型输入结构,再通过离散小波变换(DWT)将供水量时间序列分别映射到不同的时间尺度上,在每个尺度上用BP神经网络进行预测,从而实现局部建模,将复杂特性分解为单一性质来预测,以提高城市日供水量的预测精度。

1 供水量时间序列混沌分析

1.1 混沌特性识别

为分析供水量时间序列混沌特性,收集了重庆某自来水厂2011年的日供水量,共365个数据,如图1所示。

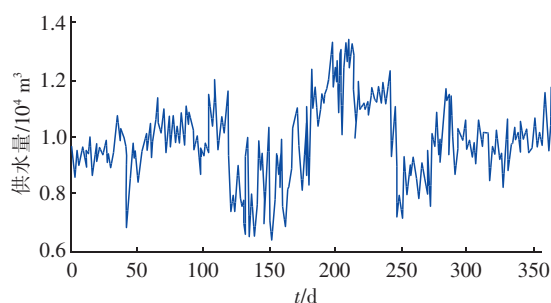


图1 日供水量时间序列

Fig.1 Time series of daily water supply

采用功率谱定性表征该序列的混沌特征,如图2所示。可以看出,供水量序列的能量谱具有连续性,并且无明显的峰值;密度谱具有连续性,并且峰值具有一定的宽度。根据Oshima和Kosuda的研究成果^[6],具有以上两种功率谱特性的序列是混沌的。所以,实例数据序列具有混沌特性。

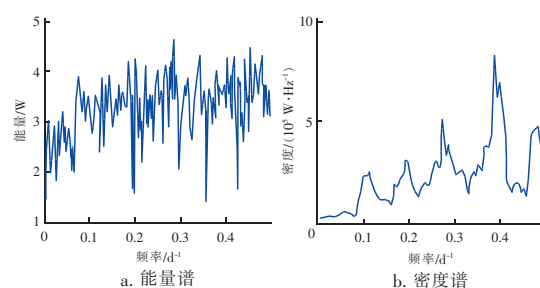


图2 日供水量序列功率谱

Fig.2 Power spectrum diagrams of water supply series

1.2 相空间重构

城市日供水量序列 $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 是单变量时间序列,在混沌理论中,它可以看作高维相空间中某一混沌动力学系统的运动轨迹在低维空间的投影,是原动力学系统的一个分量。Takens定理^[7]认为系统的任一分量的演化是由与之相互作用的其他分量所决定的,这些相关分量的信息就隐含在任一分量的发展过程中,重构系统相空间只需研究一个分量,通过某些固定延时点上的观测值找到如式(1)所示的 m 维向量。

$$X_i = [x_i, x_{i+\tau}, \dots, x_{i+(m-1)\tau}] \quad (i=1, 2, \dots, M) \quad (1)$$

式中, $M=n-(m-1)\tau$, τ 为延迟时间。这个 m 维状态空间即为重构的相空间,与原始的状态空间拓扑等价。

如何选择适当的嵌入维数 m 和延迟时间 τ 是相空间重构的主要研究内容。笔者选择伪邻近点法(FNN)计算嵌入维数 m ,原本在高维相空间中并不相邻的两个点,投影在低维空间时,有可能成为相邻的两点(伪邻近点),而随着嵌入维数 m 的增加,混沌运动的轨迹会逐渐展开,伪邻近点的比例迅速下降,伪邻近点消失时即可得到有效的嵌入维数^[7];采用互信息法计算延迟时间 τ ,互信息函数是两个随机变量间一般性(包括线性和非线性)随机关联的度量,互信息法利用计算互信息函数的第一极小值来确定最佳延迟时间 τ ^[7]。

2 多分辨分析

2.1 多分辨分析的概念

通过从函数空间的角度研究函数的多尺度表示,多分辨分析能将一个函数分解为一个低频成分和多个不同尺度的高频成分。令 $L^2(R)$ 表示定义在实轴上、可测的平方可积函数空间,将函数 $f(t) \in$

$L^2(R)$ 在尺度空间 V_j 和小波空间 W_j 上的正交投影分别记为 $D_j f(t)$ (高频) 和 $A_j f(t)$ (低频), 则有:

$$D_j f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} d_{j,k} \Psi_{j,k}(t) \quad (2)$$

$$A_j f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_{j,k} \Phi_{j,k}(t) \quad (3)$$

其中, j 为设定的尺度; k 为正整数; $\Phi(t)$ 、 $\Psi(t)$ 分别为函数 $f(t)$ 在尺度 j 下的尺度函数和小波函数; $c_{j,k}$ 和 $d_{j,k}$ 分别为尺度展开系数和小波展开系数; $c_{j,k} = \langle f(t), \Phi_{j,k}(t) \rangle$, $d_{j,k} = \langle f(t), \Psi_{j,k}(t) \rangle$ 。

依据空间正交直和分解关系: $V_j = V_{j+1} \oplus W_{j+1}$, 将 $f(t) \in L^2(R)$ 在尺度空间 V_j 和小波空间 W_j 上组合展开, 即:

$$L^2(R) = \sum_{j=-\infty}^J W_j \oplus V_J \quad (4)$$

式中, J 为设定的尺度, 则:

$$f(t) = \sum_{j=-\infty}^J \sum_{k=-\infty}^{\infty} d_{j,k} \Psi_{j,k}(t) + \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_{J,k} \Phi_{J,k}(t) \quad (5)$$

2.2 小波变换

小波变换是采用改变时间窗口形状的方式, 通过对母小波进行尺度伸缩和平移得到的子波对信号进行分解, 在时间-尺度域内分析信号的一种时频分析方法, 具有多分辨分析的性质。供水量时间序列是离散的, 故采用离散小波变换对其进行分解与重构。对于 $f(t) \in L^2(R)$, 离散小波变换定义为:

$$W_f(j, k) = a_0^{-j/2} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \overline{\varphi}(a_0^{-j}t - kb_0) dt \quad (6)$$

式中, $W_f(j, k)$ 为小波变换系数; $\varphi(t)$ 为小波母函数, $\overline{\varphi}(t)$ 则为 $\varphi(t)$ 的复共轭函数; j 是尺度因子, k 是时间因子, j, k 为整数; $a_0 > 0$ 且 $a_0 \neq 1$, $b_0 \in R$ 。

离散小波变换系数一般不直接进行数值积分, 而采用 Mallat 算法计算。该法应用低通滤波器产生低频序列 (近似序列) A_1, A_2, \dots, A_j , 高通滤波器产生高频序列 (细节序列) D_1, D_2, \dots, D_j , 其分解结构如图 3 所示, 然后再利用细节部分和近似部分来重构原来的时间序列。

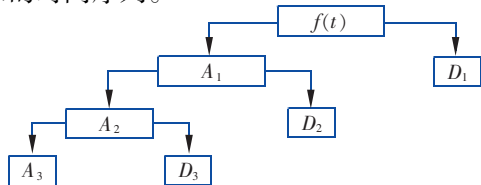


图 3 尺度为 3 的 DWT 分解示意

Fig. 3 Diagram of three-scale DWT decomposition

$$f(t) = A_j + \sum_{i=1}^j D_i \quad (7)$$

2.3 小波变换的两个问题

① 小波母函数的选择。常用的小波母函数有 Haar 小波、Morlet 小波、Mexican-hat 小波和 Daubechies 系列小波。Daubechies 系列小波对不规则信号反应较灵敏, 而其中的 db4 小波相比其他 db 小波具有更短的时窗和更好的时频分辨率^[8], 因此笔者选取 db4 小波作为小波母函数。

② 分解尺度的确定。小波分解不彻底, 信息不能完全在一个频带上展现, 使模型不能完整地拟合不同尺度上的单一信息; 而分解过度会使信息分散于不同频带, 增加建模时间和运算负担, 故需要确定最佳的分解尺度。DWT 分解后, 第 j 尺度中心频率可表示为^[9]:

$$f_j = \frac{f_s f^* f_a^*}{2^{j+1}} \quad (8)$$

式中 f_s 为采样频率; f^* 和 f_a^* 分别代表母小波的中心频率和尺度函数中心频率。选用 db4 作为母小波函数, 则 $f^* = 0.714$ 、 $f_a^* = 0.4$ ^[9], 模型输入结构作为目标分解周期, 则 $f_j = n/m$, 则根据公式 (8), 图 1 中供水量序列的最佳分解尺度为 3。

3 多尺度 BP 神经网络预测模型

3.1 模型的原理

模型结构如图 4 所示。

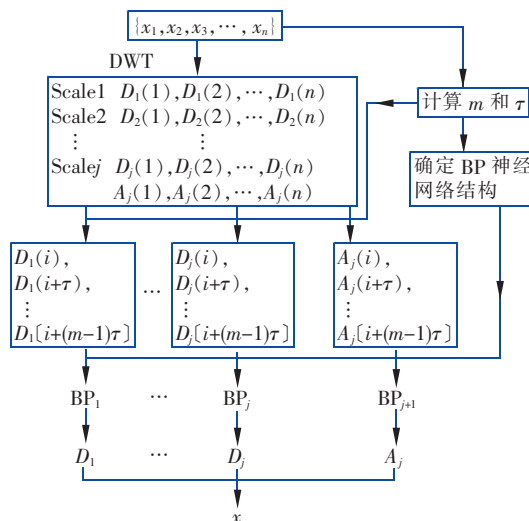


图 4 多分辨 BP 神经网络预测模型结构

Fig. 4 Structure of multi-resolution BP neural network prediction model

首先对供水量序列进行相空间重构, 确定嵌入维数 m 和延迟时间 τ ; 相空间重构后便可确定各层

BP神经网络输入输出结构。再通过离散小波变换将供水量序列分解为不同尺度下的平稳时间序列,然后对分解后的各子序列分别建立BP网络进行预测,最后将各子序列预测结果整合得出原始供水量时间序列的预测值。

3.2 模型的建立

步骤1:相空间重构。日供水量离散时间序列为 $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$,计算相空间重构参数,即嵌入维数 m 和延迟时间 τ ,随后按照式(1)对时间序列进行相空间重构。则模型输入为 m 维向量 $[x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+(m-1)\tau}]$,期望输出为 $x_{i+(m-1)\tau+1}$ 。

步骤2:数据的归一化。为使数据处理方便,加快训练网络的收敛,对输入数据进行归一化处理。

步骤3:确定BP网络结构。步骤1确定BP网络输入层节点数为 m ,输出层节点数为1。由于BP神经网络的隐藏层节点数的确定尚无明确的理论依据,笔者通过试算法确定,即网络参数初始后,先由经验公式(9)确定隐藏层节点数,然后进行训练对比,取平均绝对误差(MAE)的平均值作为最终结果来确定模型隐藏层节点数。

$$h = \sqrt{n+l} + a (0 \leq a \leq 10) \quad (9)$$

式中, h 为隐藏层节点数; n 为输入层节点数; l 为输出层节点数。

步骤4:小波分解。确定分解尺度 j ,选定小波母函数,对序列 $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 进行DWT并重构,得到 j 个细节序列 D_1, D_2, \dots, D_j 和1个近似序列 A_j 。

步骤5:按照步骤3中确定的BP网络结构,对步骤4中 $j+1$ 个子序列进行归一化并分别建立BP网络预测模型,得到子序列预测结果 D_1, D_2, \dots, D_j 和 A_j 。

步骤6:根据式(7)将子序列预测结果整合得到原始序列的预测结果 \hat{x} 。

4 实例分析

4.1 基本资料

分析序列采用图1中数据。一般地,建模数据应占总数据量的70%~90%,剩下的为测试数据。因此,算例选取前305 d的数据作为模型的训练样本,后60 d数据作为测试样本。

4.2 计算过程及结果

实例计算在Matlab 2011平台上进行。

① 相空间重构。由FNN法和互信息法计算得到嵌入维数 $m=4$ 、延迟时间 $\tau=1$ 。所以模型输

入向量为 $(x_i, x_{i+1}, x_{i+2}, x_{i+3})$,期望输出为 $x_{i+4}, i=1, 2, \dots, 362$ 。

② BP神经网络结构的确定。首先初始化网络参数,传递函数的选取对BP神经网络的预测精度有较大影响,文中隐含层的传递函数选取对数S函数,输出层为线性函数,网络训练算法为Levenberg-Marquardt算法^[10]。样本进行归一化处理。根据式(9)隐藏层节点数的范围为3~13,将不同隐藏层节点数的BP神经网络独立运行30次,计算平均绝对误差MAE(隐藏层节点数为3~13时,MAE分别为462.168、464.673、462.737、463.627、473.725、473.329、473.290、480.990、469.222、486.583、493.112 m³/d)。取平均绝对误差的最小值对应的隐藏层节点数为BP神经网络结构中隐藏层节点数,故网络结构为4-3-1。

③ 日供水量序列的小波分解。采用db4小波对原始序列作尺度为3的DWT,并通过重构得到3个细节序列 D_1, D_2, D_3 和1个近似序列 A_3 。

④ 子序列预测。根据步骤②确定的网络结构4-3-1,对分解后的4个子序列数据进行归一化,并分别建立BP网络预测模型,得到各子序列预测结果 D_1, D_2, D_3 和 A_3 。

⑤ 子序列预测结果重构。根据公式(7)将子序列预测结果重构,即可得到对原始序列的预测结果 \hat{x} ,如图5所示。

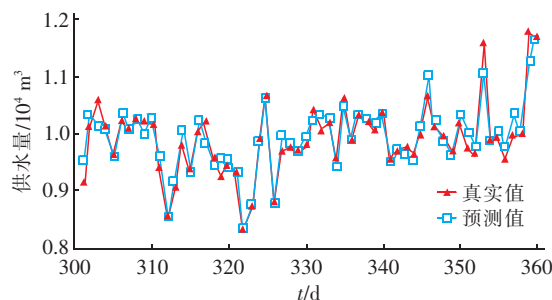


图5 多分辨BP神经网络预测结果

Fig. 5 Forecasting result by multi-resolution BP neural network

模型不仅跟踪了供水序列的整体趋势,而且拟合出了大部分突变细节,表现出良好的预测性能。因为模型通过相空间重构,恢复供水序列原有的动力学系统,同时通过多尺度分析将供水序列复杂性转化为多个单一特性,实现了局部模型预测,使模型训练更具针对性,提高了预测精度。

4.3 对比验证

为验证多分辨 BP 神经网络的优越性,采用相同结构(即 4-3-1)的 BP 神经网络对实例供水序列的后 60 d 数据进行预测,结果如图 6、7 所示。BP 神经网络模型大致跟踪了序列的整体趋势,但模型预测的个别数据误差较大,突变细节拟合较差,且有一定滞后性。因为序列组成较复杂,包含多种频率成分,单一的 BP 神经网络无法准确反映出其复杂的细节特性和变化特性。

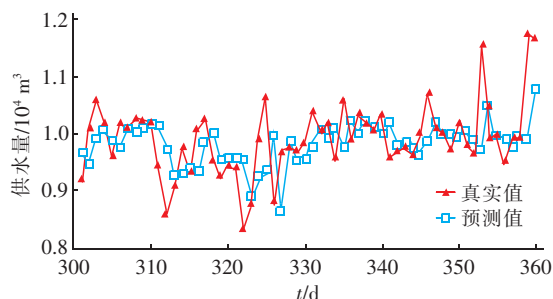


图 6 BP 神经网络预测结果

Fig. 6 Forecasting result by BP neural network

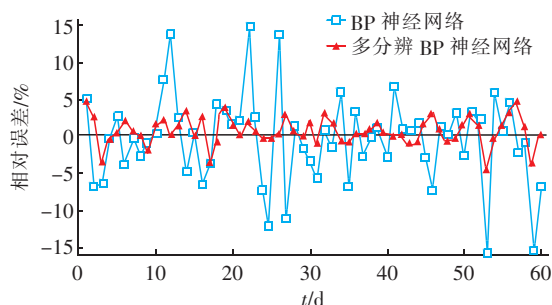


图 7 预测结果的相对误差

Fig. 7 Relative error of forecasting results

从图 7 可知,BP 神经网络预测模型相对误差较大,大部分超过了 5%,而多分辨 BP 神经网络模型的日供水量预测精度显著提高,相对误差均小于 5%,可满足工程应用的精度要求。

为评述模型预测的性能,采用平均绝对误差(MAE)、平均绝对百分比误差(MAPE)、最大相对误差、运行时间评价模型,结果如下:多分辨 BP 神经网络预测模型的 MAE、MAPE、最大相对误差以及运行时间分别为 148.620 m³/d、1.481%、-4.617%、1.959 s;BP 神经网络预测的 MAE、MAPE、最大相对误差、运行时间分别为 438.338 m³/d、4.393%、-15.878%、0.500 s。可以看出,除运行时间稍有增

加外,多分辨 BP 神经网络的评价指标较 BP 神经网络均有大幅降低,平均绝对误差降低了 289.718 m³/d,平均绝对百分比误差降低了 2.912 个百分点,最大相对误差降低了 11.261 个百分点。

5 结论

基于局部建模思想,建立了多分辨 BP 神经网络预测模型。对日供水量序列进行小波分解,将序列变化规律最大化分解于各频带上,并根据相空间重构确定模型输入结构,使模型最大化地表达出日供水量序列的内在信息。

对实际日供水量序列进行建模和预测,结果显示多分辨 BP 神经网络模型建立成功。与单一 BP 神经网络模型相比,多分辨 BP 神经网络模型可更好地拟合局部细节变化特性,显著提高预测精度,可操作性强,是预测城市日供水量的有效方法。

参考文献:

- [1] 徐瑾,赵涛. 城市生活需水量预测中智能算法的应用研究[J]. 中国给水排水,2012,28(21):66-68.
Xu Jin,Zhao Tao. Application of intelligent algorithm to predict urban domestic water demand[J]. China Water & Wastewater,2012,28(21):66-68(in Chinese).
- [2] 刘洪波,张宏伟,田林. 人工神经网络法预测时用水量[J]. 中国给水排水,2002,18(12):39-41.
Liu Hongbo,Zhang Hongwei,Tian Lin. Artificial neural network method for forecasting hourly water consumption[J]. China Water & Wastewater,2012,18(12):39-41(in Chinese).
- [3] 刘素一,权先璋,张勇传. 小波变换结合 BP 神经网络进行径流预测[J]. 人民长江,2003,34(7):38-39.
Liu Suyi,Quan Xianzhang,Zhang Yongchuan. Runoff prediction by wavelet transform combining with BP neural networks[J]. Yangtze River,2003,34(7):38-39(in Chinese).
- [4] 赵鹏,张宏伟. 城市用水量的混沌特性与预测[J]. 中国给水排水,2008,24(5):90-93.
Zhao Peng,Zhang Hongwei. Chaotic characters and forecasting of urban water consumption[J]. China Water & Wastewater,2008,24(5):90-93(in Chinese).
- [5] 霍晓宇,杨仕教,吴长振. 基于 BP 神经网络的混沌时间序列预测方法及应用研究[J]. 南华大学学报:自然科学版,2012,26(2):26-31.
Huo Xiaoyu,Yang Shijiao,Wu Changzhen. The research

(下转第 60 页)