

# 基于运动波方程的地面集水时间计算及参数研究

任俊雯<sup>1</sup>, 梁小光<sup>2</sup>, 陶涛<sup>1</sup>, 信昆仑<sup>1</sup>, 颜合想<sup>1</sup>

(1. 同济大学环境科学与工程学院, 上海 200092; 2. 福州城建设计研究院有限公司, 福州 350001)

**摘要:** 地面集水时间是推理公式法计算城市雨水管道设计流量的重要参数,其取值大小将对排水安全和工程造价带来较大影响。采用运动波方程组描述城市地表汇流过程,并与城市暴雨强度公式联立求解地面集水时间,对方程组中地面粗糙系数、汇流长度、坡度、重现期和径流系数进行敏感性分析,得出光滑地面下坡度对集水时间的影响最为显著。进一步进行数值模拟试验,得出汇流长度为50~200 m时光滑平坦的地面集水时间在《室外排水设计规范》推荐值范围内,但坡度变大时( $S_0 > 0.03$ )集水时间快速减小,此时不宜使用《室外排水设计规范》推荐值。集水时间随粗糙系数的增大而增大,在平坦地面下粗糙系数 $> 0.15$ 时,集水时间 $> 30$  min,超出《室外排水设计规范》推荐值,设计时可考虑适当增大集水时间。

**关键词:** 地面集水时间; 坡面流运动波; 暴雨强度公式; 推理公式法

**中图分类号:** TU992 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-4602(2019)01-0118-05

## Calculation and Parameter Analysis of Time of Concentration Based on Kinematic Wave Equation

REN Jun-wen<sup>1</sup>, LIANG Xiao-guang<sup>2</sup>, TAO Tao<sup>1</sup>, XIN Kun-lun<sup>1</sup>, YAN He-xiang<sup>1</sup>

(1. School of Environmental Science and Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China;  
2. Fuzhou City Construction Design & Research Institute Co. Ltd., Fuzhou 350001, China)

**Abstract:** Time of concentration is an important parameter in the evaluation of the design flow for urban storm drainage systems. And it has a significant effect on the system reliability and engineering cost. Kinematic wave equations were used to describe the process of concentration and in combination with the urban storm rainfall intensity formula to solve the time of concentration. The impact of factors including surface roughness coefficient, flow distance, slope, return period and runoff coefficient were considered in the sensitivity analysis. It was concluded that the slope parameter determined the time of concentration on smooth surface. Further numerical evaluations showed that, when the flow distances was between 50 m and 200 m, the time of concentration on smooth and flat surface followed the recommended range in *Code for Design of Outdoor Wastewater Engineering*. However, as the slope increased ( $S_0 > 0.03$ ), time of concentration decreased rapidly and fell out of the recommended range. Furthermore, time of concentration increased with the increase of the surface roughness coefficient. When the roughness coefficient was beyond 0.15 on a flat surface, time of concentration was over 30 min and exceeded the

recommended range in the code. Larger time of concentration should be considered in the design under such circumstance.

**Key words:** time of concentration; overland flow kinematic wave; rainfall intensity formula; rational method

在运用推理公式法计算雨水管道设计流量时,需要确定地面集水时间的取值。地面集水时间表示降雨径流从流域汇水面积水力最远点至流域下游排水口的流行时间,根据2016年版《室外排水设计规范》(以下简称《规范》),汇流长度的合理范围是50~150 m,集水时间视距离长短、地面坡度和地面铺盖情况而定,一般采用5~15 min。地面集水时间是一个重要的设计参数,取值偏大会使设计流量偏低,增加城市内涝风险;取值偏小会使设计流量偏高,增加工程投资。因此,需要通过计算来合理确定集水时间取值,以平衡内涝风险和工程投资。

## 1 坡面流运动波方程

城市地表雨水汇流可以视为坡面流汇流过程,一维圣维南方程组描述的坡面流连续性方程和动量方程为:

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(vh)}{\partial x} = r \\ \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} = g(S_0 - S_f) - \frac{vr}{h} \end{cases} \quad (1)$$

式中: $x$ 为坡面某点至坡顶的距离,m; $t$ 为时间,s; $h$ 为坡面水深,m; $v$ 为坡面流速,m/s; $S_0$ 为坡面坡降; $S_f$ 为阻力坡降; $g$ 为重力加速度,m/s<sup>2</sup>; $r$ 为旁侧入流,m/s。

式(1)为双曲型偏微分方程组,求解较为困难,多数情况下可忽略动量方程中的动量改变项与加速度项,仅保留坡面坡降与阻力坡降,式(1)可简化为运动波方程组:

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(vh)}{\partial x} = r \\ S_0 = S_f \end{cases} \quad (2)$$

Morgali 与 Linsley 采用特征线法求解式(2),用全微分代替偏微分,在均匀降雨下求得运动波方程组的解析解,得到了地面集水时间 $t_c$ 的表达式,《城镇内涝防治技术规范》(GB 51222—2017)中引入了该公式:

$$t_c = 10.41 \frac{n^{0.6} L^{0.6}}{q^{0.4} S_0^{0.3}} \quad (3)$$

式中: $t_c$ 为地面集水时间,min; $n$ 为地面粗糙系数; $L$ 为汇流长度,m; $q$ 为设计暴雨强度,L/(s·hm<sup>2</sup>)。

关于化简后运动波求解精度问题,Woolhiser 和 Liggett 研究后提出了运动波流数 $k$ :

$$k = \frac{gn^{1.2} S_0^{0.4} L^{0.2}}{r^{0.8}} \quad (4)$$

$k$ 值能反映坡面水流对运动波的近似程度,随着 $k$ 值的增加,圣维南方程的解将很快收敛于运动波,一般当 $k=10$ 时,运动波解带来的最大近似误差不超过10%。因此,在 $k>10$ 的水力条件下,认为圣维南方程组的完全解非常接近运动波解,实际上自然条件下城市地表汇流过程基本满足以上水力条件,因此采用运动波简化求解是可行的<sup>[1]</sup>。

## 2 暴雨强度公式

现行的暴雨强度公式,是按频率分布规律统计每场暴雨不同时段的最大降雨量,可计算出不同降雨历时内的均匀降雨量,该方法假设降雨强度在流域的面分布上是均匀的、在设计降雨历时中是均匀的<sup>[2]</sup>,《规范》中设计暴雨强度的计算公式为:

$$q = \frac{167A_1(1 + C \lg P)}{(t + b)^{n_1}} \quad (5)$$

$$t = t_c + t_2 \quad (6)$$

式中: $t$ 为降雨历时(雨水管网设计汇流时间),min; $t_2$ 为管渠内雨水流行时间,min; $P$ 为设计重现期,年; $A_1$ 、 $C$ 、 $b$ 、 $n_1$ 为根据统计学确定的参数。

## 3 方程联立

鉴于坡面流运动波集水时间公式与暴雨强度公式均基于均匀降雨的假设,采用径流系数折算暴雨强度公式而得到净雨强度公式,再与坡面流运动波集水时间公式联立,可得到计算 $t_c$ 的方程组<sup>[3]</sup>:

$$\begin{cases} t_c = 10.41 \frac{n^{0.6} L^{0.6}}{q^{0.4} S_0^{0.3}} \\ q_0 = \frac{167A_1(1 + C \lg P)}{(t_c + b)^{n_1}} \times \varphi \end{cases} \quad (7)$$

式中: $q_0$ 为经径流系数折算后的设计净雨强度,L/(s·hm<sup>2</sup>); $\varphi$ 为径流系数。式(7)仅计算地面

集水时间,故暴雨强度公式中不考虑 $t_2$ , $t=t_c$ 。

拟对式(7)进行数值模拟试验,研究方程组中各参数敏感性及其不同条件下集水时间的变化情况,试验用暴雨强度公式为<sup>[4]</sup>:

$$q = \frac{2\,001(1+0.811\lg P)}{(t+8)^{0.711}} \quad (8)$$

#### 4 数值模拟试验

将式(8)代入式(7),得到以下方程组:

$$\begin{cases} t_c = 10.41 \frac{n^{0.6} L^{0.6}}{q^{0.4} S_0^{0.3}} \\ q_0 = \frac{2\,001(1+0.811\lg P)}{(t_c+8)^{0.711}} \times \varphi \end{cases} \quad (9)$$

表1 Design Expert 敏感性试验模拟组别

Tab.1 Design Expert sensitivity simulation group

项 目	组 1		组 2		组 3	
	范围	备注	范围	备注	范围	备注
粗糙系数	0.01 ~ 0.03	光滑地面	0.01 ~ 0.4	含粗糙地面	0.01 ~ 0.4	含粗糙地面
汇流长度/m	50 ~ 200		50 ~ 200		50 ~ 200	
坡度	0.003 ~ 0.03	小坡度	0.003 ~ 0.03	小坡度	0.003 ~ 0.3	含大坡度
重现期/年	1 ~ 5		1 ~ 5		1 ~ 5	
径流系数	0.6 ~ 0.8		0.6 ~ 0.8		0.6 ~ 0.8	

表2 Design Expert 敏感性试验模拟结果

Tab.2 Simulation results of Design Expert sensitivity experiment

项 目	组 1			组 2			组 3		
	F 值	p	显著性	F 值	p	显著性	F 值	p	显著性
粗糙系数	462.49	<0.000 1	***	675.42	<0.000 1	***	58.00	<0.000 1	***
汇流长度	680.73	<0.000 1	***	238.63	<0.000 1	***	20.29	0.000 1	
坡度	803.99	<0.000 1	***	295.86	<0.000 1	***	164.73	<0.000 1	***
重现期	43.07	<0.000 1	***	15.55	0.000 6		1.33	0.260 4	
径流系数	16.45	0.000 5		5.90	0.023 0		0.50	0.485 8	

注:  $p < 0.000 1$  即显著性为“\*\*\*”,表示该参数与方程组极显著相关。

由表2可知,参数的敏感性与其范围分布有关系,各因素在不同范围组合下对集水时间的影响程度不同,而 $F$ 值的大小反映了同一条件下各个因素对集水时间影响的强弱。组1表明在平坦光滑地面条件下( $S_0 \leq 0.03$ 、 $n \leq 0.03$ ),粗糙系数、汇流长度、坡度、重现期都与集水时间存在极显著相关性( $p < 0.000 1$ ),其中坡度的影响最显著( $F$ 值最大),其次是汇流长度、粗糙系数、重现期。组2表明在小坡度粗糙地面条件下( $S_0 \leq 0.03$ 、 $n \leq 0.4$ ),重现期与集水时间不再有高度显著相关性( $p = 0.000 6$ ),该条件下按影响程度从大到小依次为粗糙系数、坡度、汇流长度。组3表明在大坡度粗糙地面条件下( $S_0 \leq 0.3$ 、 $n \leq 0.4$ ),显著相关的因素仅为粗糙系数与坡

度,而坡度依然是敏感性最高的因素。由于重现期与径流系数对集水时间的影响相对较弱,故单因素分析时不再单独进行,取值范围沿用表1的数据。

式(9)为非线性方程组,可采用 MATLAB 的 fsolve 函数快速求解。

参数敏感性分析采用 Design Expert V8.0.6。Design Expert 是专门面向试验设计以及相关分析的软件,可以设计出高效的试验方案,并对试验数据做专业分析。分析发现,参数敏感性与参数取值范围有很大关系,初步试验表明坡度与粗糙系数对集水时间的影响最大。为明确各因素敏感程度,将设计范围分为3组(见表1),利用 Design Expert 设计试验进行交叉模拟,通过响应面设计中的 Box-Behnken (BBD)方法复核参数对方程的敏感性与相关度,结果见表2。

#### 4.1 坡度对集水时间的影响

由表2的敏感性分析可知,坡度是影响集水时间的重要因素,进一步研究得到坡度变化条件下集水时间的分布情况,如图1所示。研究发现,当坡度在0.003~0.03之间、汇流长度为50~200 m、粗糙系数在0.01~0.03之间时,集水时间符合《规范》推荐数值,具体表现为:当坡度=0.003时,集水时间在5~20 min内;当坡度=0.01时,集水时间在4~16 min内;当坡度=0.03时,集水时间缩短到8 min内,与《规范》推荐的“立体交叉道路排水设计地

面集水时间取5~10 min”基本一致,故试验结果验证了《规范》在上述范围内推荐数值的合理性。由图1(d)、(e)、(f)可知,在大坡度( $0.1 \leq S_0 \leq 0.3$ )

光滑地面条件下随着坡度的增大,地面集水时间快速缩短,小于《规范》所推荐的5 min,采用《规范》推荐数值会使设计流量偏小,系统偏不安全。

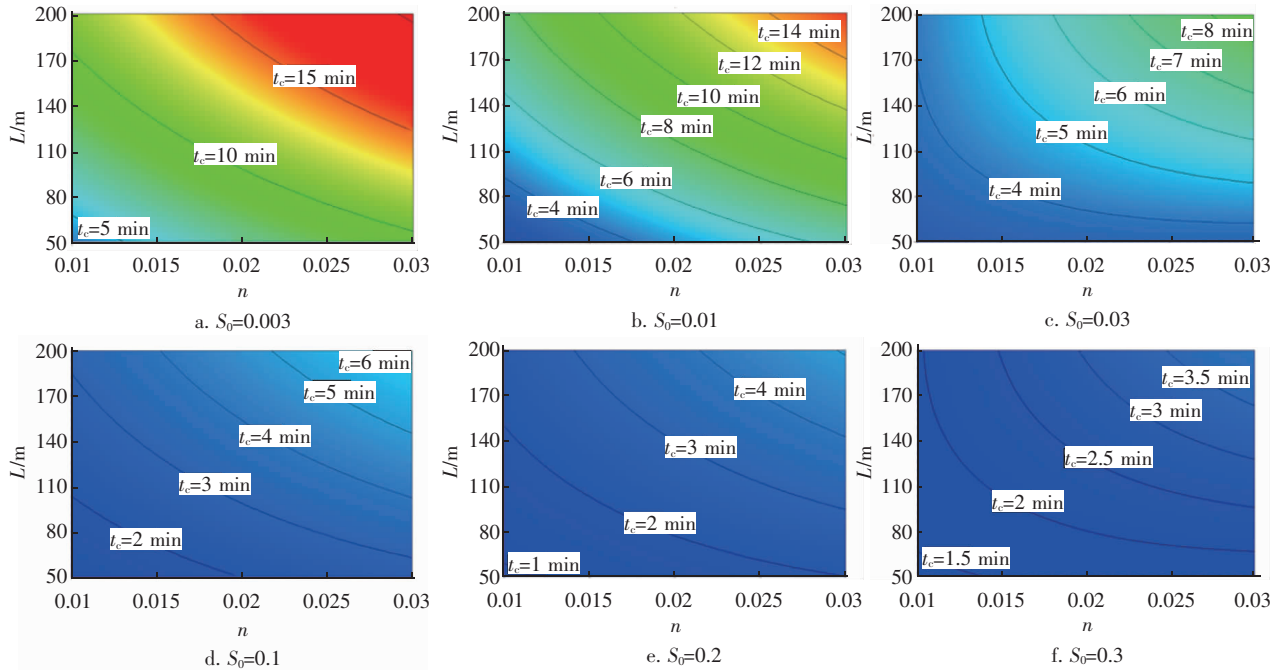


图1 坡度变化条件下集水时间的分布

Fig. 1 Time of concentration under different surface slope

#### 4.2 粗糙系数对集水时间的影响

由表2的敏感性分析结果可知,粗糙系数对集水时间的影响程度与坡度有关,小坡度( $S_0 \leq 0.03$ )下集水时间对粗糙系数的增大较为敏感,大坡度下影响程度相对较小。图2为粗糙系数变化时集水时间的变化情况,考虑了不同地面覆盖下的粗糙系数:光滑地面为0.015、矮草地为0.15、稀疏灌木丛为0.4<sup>[5]</sup>。单因素模拟时采用 $L=100$  m、 $P=3$ 年。

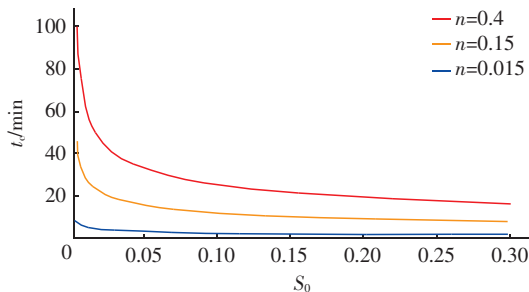


图2 不同粗糙系数下集水时间的变化

Fig. 2 Time of concentration under different surface roughness coefficients

由图1(a)、(b)、(c)和图2中 $n=0.015$ 曲线可知,平坦光滑地面下集水时间与《规范》推荐数值

相一致;但随着粗糙系数的增大(图2中 $n=0.15$ 和 $n=0.4$ ),小坡度非光滑地表下集水时间通常能达到30 min以上,使用《规范》推荐值会使设计流量偏大;大坡度( $S_0 > 0.03$ )、大粗糙系数( $n=0.4$ )下集水时间也有所增加,总体也已超过《规范》推荐值。

#### 4.3 汇流长度对集水时间的影响

不同汇流长度下集水时间的变化见图3。

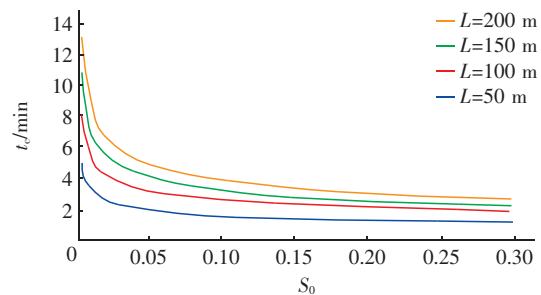


图3 不同汇流长度下集水时间的变化

Fig. 3 Time of concentration under different flow distances

对比图2和图3可知,汇流长度对集水时间的影响程度不如粗糙系数大,这一方面是因为粗糙系数变化范围大,含有光滑地面与粗糙地面;另一方面



是因为研究区域为小区域,汇流长度变化不大。图3显示在小坡度( $S_0 \leq 0.03$ )下汇流长度对集水时间有较大影响,但随着坡度的增大影响程度快速减小。综合图1和图3可知,在地面平坦光滑且汇流长度为50~200 m之间时,集水时间符合《规范》推荐的数值范围。

## 5 结论

① 地面坡度与粗糙系数是集水时间最重要的影响因素,平坦光滑地面下( $S_0 \leq 0.03$ 、 $n \leq 0.03$ )坡度的敏感性最高,平坦粗糙地面下粗糙系数敏感性最高,而大坡度地面下坡度的敏感性最高。

② 当坡度在0.003~0.03之间、汇流长度在50~200 m之间、粗糙系数在0.01~0.03之间时,计算得到的集水时间与《规范》推荐值大致相当。但随着坡度的增大( $S_0 > 0.03$ ),集水时间快速减小至低于《规范》推荐值的下限(5 min),此时不宜直接采用《规范》推荐值进行设计。

③ 光滑地面下集水时间取值在《规范》推荐范围内。随着粗糙系数的增大集水时间也相应增大,在小坡度非光滑地面下( $n > 0.03$ )集水时间超出了《规范》推荐值范围,此时继续采用推荐数值会增加投资。建议在非光滑地面下应通过计算确定集水时间取值。

④ 重现期、径流系数较其他参数对集水时间的影响程度小,汇流长度在平坦地面下较为敏感,其数值增大将导致集水时间快速增大。大坡度时,增加汇流长度对集水时间影响不大,汇流长度在50~200 m范围内时计算得到的集水时间与《规范》推荐数值大致相当。

## 参考文献:

- [1] 芮孝芳. 径流形成原理[M]. 南京:河海大学出版社, 2004.  
Rui Xiaofang. Principle of Runoff Formation[M]. Nanjing: Hohai University Press, 2004(in Chinese).
- [2] 邓培德. 论城市雨水道设计中数学模型法的应用[J]. 给水排水, 2015, 41(1): 108-112.

Deng Peide. Probe into the application of mathematic model in municipal stormwater drainage network design [J]. Water & Wastewater Engineering, 2015, 41(1): 108-112(in Chinese).

- [3] 周玉文,赵洪宾. 排水管网理论与计算[M]. 北京:中国建筑工业出版社, 2000.  
Zhou Yuwen, Zhao Hongbin. Theories and Calculations of Urban Drainage Network[M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2000(in Chinese).
- [4] 张大伟,赵冬泉,陈吉宁,等. 芝加哥降雨过程线模型在排水系统模拟中的应用[J]. 给水排水, 2008, 34(S1): 354-357.  
Zhang Dawei, Zhao Dongquan, Chen Jining, et al. Application of Chicago approach in urban drainage network modeling [J]. Water & Wastewater Engineering, 2008, 34(S1): 354-357(in Chinese).
- [5] 杨德军,卞正富,雷少刚,等. 降雨-径流城市地面集水时间计算模型及模拟[J]. 中国矿业大学学报, 2015, 44(6): 1084-1089.  
Yang Dejun, Bian Zhengfu, Lei Shaogang, et al. Calculation model and simulation for time of concerntration of urban surface rainfall-runoff[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2015, 44(6): 1084-1089(in Chinese).



作者简介:任俊雯(1994-),女,贵州贵阳人,硕士研究生,研究方向为市政排水模型。

E-mail: renjunwen@ tongji. edu. cn

收稿日期:2018-08-25